

LINGUAGEM MATEMÁTICA

Em casa somos cinco: meus pais, meus dois irmãos e eu. Mas, se alguém perguntar, neste instante, quantos estão em casa, a minha resposta será baseada nas seguintes considerações: é claro que existe um número, mas não é possível dizer qual é imediatamente: pode ser zero (se não houver ninguém), um, dois, três, até cinco pessoas. O número existe, podemos comentá-lo, discutir sobre ele. Mas não podemos manuseá-lo, “pegá-lo”, já que ele é uma “idéia”. Porém, mesmo não aparecendo escrito, mesmo estando **oculto**, o número existe.

Assim, podemos dizer que a questão é:

“Como escrever numericamente uma quantidade sem indicar o número?”

Situações como a descrita acima é que fizeram com que os matemáticos criassem um conceito chamado *variável*: um símbolo (normalmente uma letra) que pode representar qualquer elemento (no caso qualquer número) dado, permitindo a partir daí, escrevermos em linguagem numérica um número desconhecido.

É dado então o início do desenvolvimento de uma linguagem própria para a matemática (linguagem matemática), diferente da linguagem usual das palavras (linguagem corrente), chamada posteriormente de *álgebra*.

1. Linguagem corrente e linguagem matemática

Esta linguagem (álgebra) tornou-se um instrumento importante para resolver problemas. Com ela podemos traduzir os dados do problema que estão em linguagem corrente, ou seja, podemos **equacionar** o problema.

Observe:

- Se quisermos nos referir a um número desconhecido, podemos chamá-lo de x , ou de uma outra letra qualquer.
- Para dizer que esse número x é maior que oito, escrevemos $x > 8$.
- Um número é positivo: $x > 0$.
- Um número é negativo: $x < 0$.

Nos exercícios seguintes, apresentamos uma tabela com o problema em linguagem corrente e sua tradução para a linguagem matemática.

Exercícios Resolvidos

ER.01) A metade de um número é igual a 6. Qual é esse número?

Resolução:

Linguagem Corrente	Linguagem Matemática
Metade de um número	$\frac{x}{2}$
É igual a 6	$\frac{x}{2} = 6$
Qual é esse número?	$x = ?$

A solução desse problema é a solução da equação

$\frac{x}{2} = 6$, mas não vamos resolvê-lo no momento. Nosso objetivo principal agora é apenas saber **o que é e para que serve** a linguagem matemática.

ER.02) Uma pessoa tinha uma determinada quantia de dinheiro. No primeiro mês gastou 100 reais. No segundo mês gastou metade do que sobrou, ficando com 80 reais. Qual era a quantia inicial?

Resolução:

Linguagem Corrente	Linguagem Matemática
Uma pessoa tinha uma determinada quantia.	x
No primeiro mês gastou 100 reais,	$x - 100$
no segundo mês gastou metade do que sobrou,	$\frac{x - 100}{2}$
ficando com 80 reais.	$\frac{x - 100}{2} = 80$
Qual era a quantia inicial?	$x = ?$

Para descobrir o valor de x , basta resolver a equação $\frac{x - 100}{2} = 80$. Mas, como já dissemos anteriormente, esse não é o nosso objetivo no momento.

ER.03) Escreva, utilizando a linguagem matemática, as seguintes sentenças:

a) As expressões $x - 1$ e $2x + 3$ têm o mesmo valor numérico.

Resolução: se as expressões têm o mesmo valor numérico então elas são iguais. Logo:

$$x - 1 = 2x + 3$$

b) A diferença entre o triplo de um número e 13 é igual a 47.

Resolução:

Linguagem Corrente	Linguagem Matemática
A diferença entre...	—
triplo de um número	$3x$
e 13	$3x - 13$
é igual a 47	$3x - 13 = 47$

c) A terça parte de $(8 - 2x)$ tem valor numérico negativo.

Resolução:

Linguagem Corrente	Linguagem Matemática
a terça parte de $(8 - 2x)$	$\frac{8 - 2x}{3}$
tem valor numérico negativo	$\frac{8 - 2x}{3} < 0$

Exercícios Propostos

EP.01) Escreva utilizando a linguagem matemática as seguintes sentenças abaixo. Não é necessário efetuar os cálculos.

Observação:

L.C. = linguagem corrente;

L.M. = linguagem matemática.

a) **L.C.:** Um número x aumentado de 31 é igual a 100.
L.M.: _____

b) **L.C.:** Subtraindo oito de um número x obtemos 96.
L.M.: _____

c) **L.C.:** Multiplicando um número x por seis o resultado obtido é -12 .
L.M.: _____

d) **L.C.:** Cinco vezes um número dá 75.
L.M.: _____

e) **L.C.:** A metade de um número acrescida de 11 é igual a -21 .
L.M.: _____

f) **L.C.:** O quádruplo de um número é igual ao próprio número aumentado de 72.
L.M.: _____

g) **L.C.:** O sucessor de um número inteiro é igual a 17.
L.M.: _____

h) **L.C.:** O antecessor do triplo de um número inteiro.
L.M.: _____

i) **L.C.:** A metade do sucessor de um número inteiro.
L.M.: _____

EP.02) Crie enunciados de problemas que possam ser resolvidos através das equações:

Observação:

L.M. = linguagem matemática.

L.C. = linguagem corrente;

a) **L.M.:** $3x - 5 = 18x$
L.C.: _____

b) **L.M.:** $4m - 7 = 22$
L.C.: _____

c) **L.M.:** $\frac{n}{2} = n - 1$
L.C.: _____

d) **L.M.:** $2 \times \left(\frac{n}{3} + 2 \right) = 12$
L.C.: _____

e) **L.M.:** $n + \overbrace{(-1)}^{\text{três}} = 35$
L.C.: _____

EP.03) A soma de um número com sua quinta parte é igual a dois. Qual é este número?

EP.04) Se você reduzir $\frac{5}{8}$ da área de um terreno, a nova área passará a ter 1125m^2 . Qual é a área inicial deste terreno, em metros quadrados?

EP.05) Se adicionarmos um número natural ao seu sucessor e multiplicarmos o resultado por cinco, vamos obter 635. Qual é o número natural considerado?

EP.06) Num torneio de basquete cada vitória vale dois pontos e, cada derrota vale um ponto. No torneio do último ano, uma equipe disputou 35 jogos e atingiu um total de 65 pontos. Quantas vitórias foram conquistadas por essa equipe?

EP.07) O número, diferente de zero, cujo quádruplo excede seu quadrado de tantas unidades quantas o seu quadrado excede o próprio número é:

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

EP.08) Subtraindo-se 3 de um certo número, obtemos o dobro da sua raiz quadrada. Qual é esse número?

- a) 8
- b) 9
- c) 10
- d) 11
- e) 12

EP.09) A diferença entre os quadrados de dois números inteiros consecutivos é 47. O maior número é:

- a) 21
- b) 22
- c) 23
- d) 24
- e) 25

EP.10) A soma dos inversos de dois números é 1. Se um dos números é $\frac{7}{2}$, o outro será:

- a) $\frac{2}{7}$
- b) $\frac{5}{7}$
- c) $\frac{7}{5}$
- d) $\frac{5}{3}$
- e) $\frac{7}{2}$

2. Estimativas



Muitos dados que aparecem em História, Ciências e Geografia são aproximados: datas de fatos ocorridos na pré-história ou na história antiga; em qual época viveram os dinossauros; quantas pessoas vivem no planeta Terra (dado variável) e muitos outros. A maioria dos gráficos encontrados referentes a esses temas também são feitos com dados aproximados. Não bastasse isso, quantas vezes, verificando a vantagem ou não de comprar um determinado produto ou o valor da compra de alguns produtos, não acabamos utilizando um cálculo com valores aproximados, isto é, não fazemos uma estimativa?

Além da utilização em situações cotidianas, outro aspecto interessante da estimativa é a *habilidade* de verificar se um resultado é razoável ou não.

Primeiramente vejamos um exemplo da diferenciação entre um valor estimado e um valor exato.

Exercício Resolvido

ER.04) Analise cada afirmação abaixo, e classifique os valores citados em cada frase em **exato** ou **estimado** (aproximado), justificando.

Afirmação: "Por volta do ano de 1656 foram encontrados restos de navios na costa brasileira".

Resolução:

Valor e classificação: "por volta de"; indica estimativa.

Justificativa: a expressão "por volta de" indica uma aproximação no ano citado.

Exercícios Propostos

EP.11) Analise cada afirmação abaixo, e classifique os valores citados em cada frase em EXATO ou ESTIMADO (aproximado), justificando.

a) Josué comprou um "Play Station II" por apenas seis parcelas de 99 reais.

Valor e classificação: _____

Justificativa: _____

b) Perto de 3000 taiwaneses morreram no terremoto do dia 21 de setembro de 1.999.

Valor e classificação: _____

Justificativa: _____

c) Um instituto paulista perguntou a 2000 pessoas em todo o país o que elas pensam sobre as propostas do Ministro da Justiça a respeito do código penal.

Valor e classificação: _____

Justificativa: _____

d) Nas Olimpíadas do ano 2000, em Sydney, na Austrália, mais de 10.000 atletas foram representar seus países.

Valor e classificação: _____

Justificativa: _____

EP.12) Daniela deu um cheque de R\$ 4.500,00 para pagar uma conta no valor de R\$ 2.136,00. Ela estranhou o troco que recebeu: R\$2.964,00. Responda, fazendo uma estimativa, se ela recebeu o troco certo.

EP.13) Analise (através de estimativa) a resposta encontrada para os problemas em cada item. Encontre se houver o erro e justifique.

a) Uma sala cuja área é de $15m^2$, deve ter o seu piso revestido com peças de cerâmica quadradas de 30cm de lado. Quantas peças de cerâmica serão necessárias?

Resposta: serão necessárias cinco peças.

b) Um prêmio de R\$ 235.000,00 da loteria foi dividido entre seis ganhadores. Quanto recebeu, aproximadamente, cada um?

Resposta: aproximadamente R\$ 4.000,00 cada.

c) Um taxista cobra do passageiro R\$ 3,00 mais R\$ 0,80 por quilômetro rodado. Quanto deverá cobrar por uma corrida de 11 km?

Resposta: Cobrará R\$ 8,83.

3. Arredondamento

Como já foi dito anteriormente, um dos objetivos da estimativa é avaliar uma quantidade ou um resultado. Para isso, recorreremos a algumas estratégias, como, por exemplo, **arredondar** os números de dois ou mais algarismos, conforme descrito nos itens abaixo.

I. Arredondamento de um algarismo em um número

O arredondamento é indicado pelo símbolo \approx , que significa *valor aproximado*. Vejamos como proceder em alguns casos:

Caso 1. Se o primeiro algarismo que vamos desprezar for 0, 1, 2, 3 ou 4, o arredondamento será *para menos*, ou seja, o algarismo que antecede imediatamente a casa decimal desprezada permanecerá inalterado.

Exemplos:

Arredondamento para o inteiro mais próximo:

a) 28,1 \approx 28 b) 63,01 \approx 63 c) 53,489 \approx 53

Arredondamento para o décimo mais próximo:

a) 25,326 \approx 25,3 b) 29,0088 \approx 29,0 c) 70,14906 \approx 70,1

Arredondamento para o centésimo mais próximo:

a) 77,444 \approx 77,44 b) 6,9839 \approx 6,98 c) 5,202020... \approx 5,20

Caso 2.

Se o primeiro algarismo a ser desprezado for 5, 6, 7, 8 ou 9, o arredondamento será para mais. Acrescenta-se 1 unidade ao algarismo que antecede a casa decimal desprezada.

Exemplos:

Arredondamento para o inteiro mais próximo:

a) 20,7 \approx 21 b) 72,68 \approx 73 c) 91,909 \approx 92

Arredondamento para o décimo mais próximo:

a) 40,99 \approx 41,0 b) 91,286 \approx 91,3 c) 37,16868... \approx 37,2

Arredondamento para o centésimo mais próximo:

a) 1,806 \approx 1,81 b) 93,398 \approx 93,40
c) 59,7290 \approx 53,73 d) 0,999011 \approx 1,00

II - Números de dois algarismos: Arredondamos para a *dezena mais próxima*, observando o algarismo das *unidades*.

Exemplos:

número	entre	Mais próximo de
34	30 e 40	30
46	40 e 50	50
52	50 e 60	50
77	70 e 80	80

Observação: Para números com unidade igual a 5 é comum aproximá-los para a *dezena seguinte*.

III – Números com três algarismos: Arredondamos para a *centena mais próxima*, observando o algarismo das *dezenas*.

Exemplos:

número	entre	Mais próximo de
286	200 e 300	300
516	500 e 600	500
796	700 e 800	800
850	800 e 900	900

IV – Números com quatro algarismos: Arredondamos para o milhar *mais próximo*, observando o algarismo das *centenas*.

Exemplos:

número	entre	Mais próximo de
2345	2.000 e 3.000	2.000
3825	3.000 e 4.000	4.000
7652	7.000 e 8.000	8.000
9350	9.000 e 10.000	9.000

Exercício Resolvido

ER.05) André somou 2346 com 4638 e obteve 6084. Faça a estimativa da soma para verificar se o resultado encontrado por André é razoável.

Resolução: fazendo as aproximações:

2.346 \rightarrow 2.000

4.638 \rightarrow 5.000

Obtemos a soma aproximada = 7.000

Portanto, o valor aproximado por André **não é razoável**.

Exercícios Propostos

EP.14) Arredonde de acordo com o que se pede:

I. Para o inteiro mais próximo:

a) 53,02 =

b) 71,500002 =

c) 23,5 =

d) 1,008 =

II. Para duas casas decimais:

a) 20,742 =

b) 205,2384 =

c) 5,385 =

III. Para o milésimo mais próximo:

a) 3,81307 =

b) 200,5063 =

c) 8801,8801 =

IV. Para uma casa decimal:

a) 79,90909... =

b) 151,95 =

c) 26,55000 =

EP.15) Substitua os valores exatos das informações abaixo pelas melhores aproximações possíveis:

a) Serão criados dois parques nacionais no litoral da Bahia. São 32.154 hectares de uma área da Mata Atlântica.

Aproximação:

b) No moderníssimo Estádio Austrália, 107.350 pessoas assistiram à final de rúgbi, esporte que é uma das paixões dos australianos.

Aproximação:

c) O prêmio acumulado da Mega Sena é de 43.567.789 reais.

Aproximação:

EP.16) Cerca de seis flautas foram descobertas na região de Jiahu, a cerca de 500 quilômetros da capital da China, Pequim. (Superinteressante)

A capital da China pode distar de Jiahu :

a) 245 km

b) 312 km

c) 473 km

d) 584 km

e) 442 km

EP.17) Um enorme cemitério de múmias foi encontrado há 300 quilômetros de Cairo. Essa não foi a maior quantidade de corpos encontrados. Em 1984, quase 20.000 cadáveres foram encontrados. (Superinteressante)

O trecho “quase 20.000 cadáveres” indica que o número de corpos pode ser igual a (escolher a melhor estimativa):

a) 12.000

b) 15.879

c) 18.500

d) 19.845

e) 20.345

EP.18) Geralmente, na aviação, utiliza-se muito o termo “a aeronave encontra-se a 1.200 pés”, como referência à medida da altura em que se encontra o avião. Sabendo que a 1.200 pés do solo o avião encontra-se a uma altura de 396m, qual é o valor aproximado de 1 pé?

Exercícios Complementares

EC.01) Ao triplo de um número adicionamos 90 e o resultado é igual ao quádruplo do mesmo número. Qual é este número?

EC.02) Sérgio e Toninho compraram 200 selos. Destes, 36 foram rasgados e não puderam ser aproveitados. Dos selos restantes, Toninho ficou com 10 a mais que Sérgio. Com quantos selos cada um ficou?

EC.03) Qual o peso de um peixe, se ele “pesa” 10 kg a mais do que a metade do seu “próprio peso”?

EC.04) Associe cada sentença da coluna 1 com sua respectiva expressão na coluna 2.

Coluna 1	Coluna 2
A - A metade de um número menos 3	() $\frac{x-3}{2}$
B - O triplo da soma de um número com o algarismo 4	() $3x + \frac{x}{2}$
C - O quociente de um número por seu consecutivo	() $\frac{x}{2} - 3$
D - A metade da diferença entre um número e 3	() $\frac{x}{x+1}$
E - O triplo de um número somado com a metade do mesmo	() $3x + \frac{x}{2}$

EC.05) Numa sala de aula o número de meninos é igual a $\frac{4}{3}$ do número de meninas. Certo dia ausentaram-se oito meninos e duas meninas e, nestas condições, constatamos que havia o mesmo número de meninos e meninas presentes. Quantos meninos e quantas meninas estudam nesta sala?

EC.06) Para cada um dos problemas, escreva a equação correspondente a cada um dos enunciados e determine a solução:

a) A soma das idades de quatro irmãos é 84. Qual a idade de cada irmão, sabendo que de dois em dois anos nascia um?

b) Com R\$ 15,00 posso comprar uma lapiseira e 5 caixas de grafite, ficando com R\$ 1,00 de troco. Quanto custa a lapiseira, sabendo que o seu preço equivale ao preço das 5 caixas de grafite?

c) Numa balança de pratos temos 12 bolinhas, que pesam 100 gramas cada, e 8 pedras de pesos iguais, equilibrando com 2 tijolos, que pesam 2 quilos cada. Qual o peso, em gramas, de cada pedra?

EC.07) Nicole pediu a seu irmão João que pensasse em um número x e efetuasse as seguintes operações, na ordem dada:

- Multiplicar o número x por 5,
- Adicionar 6 ao resultado.
- Multiplicar a soma obtida por 4,
- Adicionar 9 ao produto,
- Multiplicar a nova soma por 5.

Após efetuar as operações, João comunicou que obteve o resultado igual a K .

As operações que Nicole deve efetuar com K , para “adivinhar” o número pensado x , equivalem às da seguinte expressão:

- $(K - 165) : 100$
- $(K - 75) : 100$
- $K : 100 + 165$
- $(K + 165) : 100$
- $K - 265$

EC.08) Considere a brincadeira a seguir:

- Pense em um número.
- Some 3,
- Multiplique o resultado por 4,
- Subtraia 6,
- Divida o resultado por 2.
- Subtraia o dobro do número pensado.

Qual o resultado encontrado? Explique porque o resultado não depende do número em que você pensou.

EC.09) Uma garrafa e uma rolha custam R\$11,00 quando vendidas juntas. Se vendidas separadamente, a garrafa custa R\$ 10,00 a mais do que a rolha. Quanto custa a rolha?

EC.10) Um reservatório estava totalmente cheio de água.

Inicialmente, esvaziou-se $\frac{1}{3}$ da capacidade deste reservatório e, a seguir, retirou-se 400 litros de água. O volume de água que restou no reservatório, após estas operações, corresponde a $\frac{3}{5}$ da capacidade total do reservatório. Nestas condições, pergunta-se:

- Quantos litros de água cabem neste reservatório?
- Quantos litros de água restaram no reservatório?

EC.11) Um avião tem capacidade para 186 passageiros. Faça uma estimativa da capacidade de 18 aviões iguais a ele.

EC.12) Dezoito caminhões entregaram cada um, para um supermercado, 72 engradados com 48 refrigerantes em cada engradado. Quantos refrigerantes, aproximadamente, o supermercado recebeu?

EC.13) Uma escada de 17 degraus deve ser construída para vencer uma altura de 2,65m. Quanto deverá ser a altura aproximada de cada degrau?

EC.14) Num auditório existem 48 fileiras com 18 lugares cada uma. Cerca de 740 estudantes querem assistir a uma palestra. Será possível que todos eles assistam à palestra sentados?

EC.15) Quando o ônibus saiu de seu ponto inicial, levava 21 passageiros. Na primeira parada, subiram 3 passageiros. Na segunda, desceram 4 e subiram 7. Na terceira parada, subiram 12 pessoas. Quantas pessoas o ônibus transportava logo após a terceira parada?

EC.16) Abaixo, há uma lista de guloseimas que encontramos em um supermercado:

- * Ana Maria Pullman (R\$ 0,85)
- * Lanchinho sortido Elma Chips (R\$ 1,85)
- * Guaraná Antártica latinha de 350ml (R\$ 0,59)
- * Guaraná Antártica – caixa 12 latinhas (R4 0,46)
- * Guaraná Antártica – 2 litros – (R\$ 1,30)
- * Confeti ao leite laka (R\$ 0,99)
- * chiclete Bubbalo sortido –10 un.(R\$0,80)
- * biscoito Danyt´s recheado Danone- (R\$ 0,79)
- * chocolate importado 210g (R\$1,80)
- * chocolate importado 140g (R\$ 1,30)

a) Apenas fazendo um cálculo estimado, determine quantos e quais produtos podemos comprar gastando R\$ 8,50.

b) Verifique qual das opções de chocolate é mais vantajoso comprar: o de 210g ou o 140g?

GABARITO

Exercícios Propostos

- EP.01)** a) $x + 31 = 100$ b) $x - 8 = 96$ c) $6x = -12$
 d) $5x = 75$ e) $\frac{x}{2} + 11 = -21$ f) $4x = x + 72$
 g) $x + 1 = 17$ h) $3x - 1$ i) $\frac{x+1}{2}$

- EP.02)**
- a) O triplo de um número subtraído de cinco resulta em dezoito vezes o próprio número.
 - b) O quádruplo de um número subtraído de sete unidades resulta em vinte e dois.
 - c) A metade de um número é igual ao antecessor do próprio número.
 - d) O dobro do resultado da soma da terça parte de um número e dois resulta em doze.
 - e) Um número somado com seu antecessor resulta em trinta e cinco.

EP.03) $\frac{5}{3}$

EP.04) 3.000

EP.05) 63

EP.06) 30

EP.07) C

EP.08) B

EP.09) D

EP.10) C

EP.11)

- a) “por apenas seis parcelas”; exato, pois indica uma quantidade exata.
- b) “perto de”; estimado, pois indica uma aproximação no ano citado.
- c) “perguntou a 2.000 pessoas”; exato, pois indica a quantidade exata de pessoas.
- d) “mais de 1.000 atletas”; estimado, pois indica uma quantidade aproximada de pessoas.

EP.12) Ela não recebeu o troco certo, pois recebeu um valor maior do que deveria.

EP.13)

- a) a resposta está errada, pois serão necessárias aproximadamente 167 peças.
- b) a resposta está errada, pois cada ganhador deverá ganhar em torno de R\$ 39.000,00.
- c) errada, pois a pessoa deveria pagar R\$ 11,80 pela corrida no táxi.

EP.14)

- | | | | |
|---------------|------------|--------------|------|
| I. a) 53 | b) 72 | c) 24 | d) 1 |
| II. a) 20,74 | b) 205,24 | c) 5,39 | |
| III. a) 3,813 | b) 200,506 | c) 8.801,880 | |
| IV. a) 79,9 | b) 152,0 | c) 26,6 | |

EP.15) a) 32.000 b) 107.000 c) 43.500.000

EP.16) C

EP.17) D

EP.18) 0,33m

Exercícios Complementares

EC.01) 45

EC.02) Sérgio = 77 e Toninho = 87

EC.03) 20kg

EC.04) D – E – A – C - B

EC.05) 24 meninos e 18 meninas

EC.06)

- a) $x + (x + 2) + (x + 4) + (x + 6) = 84$ e $x = 18$.
- b) $15 = L + 5G + 1$ e $L = 5G$; $L = R\$ 7,00$.
- c) $(12 \times 100) + 8P = 2 \times 2000$ e $P = 350g$

EC.07) A

EC.08) 3; o resultado não depende do número escolhido, pois ele será eliminado nos cálculos.

EC.09) R\$ 0,50

EC.10) a) 6.000ℓ b) 3.600ℓ

EC.11) cerca de 3.300 passageiros

EC.12) cerca de 62.200 refrigerantes

EC.13) aproximadamente 15cm

EC.14) sim, cerca de 900 lugares

EC.15) 39

EC.16) a) resposta em aberto b) 210g